

アルゴリズム応用レポート -教科書 37 ページ練習問題

7JFC1121 佐藤圭一

練習問題 1

三角形 \triangle_{abc} に対して、ベクトル A と B をそれぞれ線分 ba、線分 ca にした場合、三角形 \triangle_{abc} の面積がベクトル積 AB の長さの半分である。ベクトルの積の方向を用いて三角形の符号付き面積の計算式を導け

$$\text{与式 : } (A.x + B.x) * (A.y + B.y) / 2 = S$$

ベクトル A、B は、

$$A = ba = (b.x - a.x), (b.y - a.y)$$

$$B = ca = (c.x - a.x), (c.y - a.y)$$

となる。

これを式に代入すると

$$((b.x - a.x) + (c.x - a.x)) * ((b.y - a.y) + (c.y - a.y)) / 2 = S$$

$$(b.x - a.x + c.x - a.x) * (b.y - a.y + c.y - a.y) / 2 = S$$

$$(b.x + c.x - 2 * a.x) * (b.y + c.y - 2 * a.y) / 2 = S //$$

練習問題 3

関数 `XOR()`(排他的論理和)を使って関数 `Intersect()`における2つの三角形符号付面積の乗算をなくせ

オリジナル

```
int Intersect(struct point a,b,c,d)
/* 線分 ab と cd が交差する時は 1 を、交差しない時は 0 を返す */
{
    int Between();
    int Area();

    if(Between(a,b,c)||Between(a,b,d)||
        Between(c,d,a)||Between(c,d,b))
        return 1;
    else return(Area(a,b,c) * Area(a,b,d)<0&&
        Area(c,d,a) * Area(c,d,b) <0);
}
```

変更部分は

```
else return(Area(a,b,c) * Area(a,b,d)<0&&Area(c,d,a) * Area(c,d,b) <0);
```

意訳:

三角形 \triangle_{abc} の面積と三角形 \triangle_{abd} の面積の積が0より小さく、かつ
三角形 \triangle_{cda} の面積と三角形 \triangle_{cdb} の面積の積が0より小さい場合は1を返す

ということは、

三角形 \triangle_{abc} の面積と三角形 \triangle_{abd} の面積の排他的論理和が1で、かつ
三角形 \triangle_{cda} の面積と三角形 \triangle_{cdb} の面積の排他的論理和が1の場合は1を返す
(排他的論理和: 正/負でかける)

これを式にすると

```
else return(XOR(Area(a,b,c),Area(a,b,d))&&XOR(Area(c,d,a),Area(c,d,b)))
```

となる。

よって全体は

```
int Intersect(struct point a,b,c,d)
/* 線分 ab と cd が交差する時は 1 を、交差しない時は 0 を返す */
{
    int Between();
    int Area();

    if(||Between(a,b,c)||Between(a,b,d)||
        Between(c,d,a)||Between(c,d,b))
        return 1;
    else return(XOR(Area(a,b,c)<0,Area(a,b,d)<0)&&
        XOR(Area(c,d,a)<0,Area(c,d,b)<0))
}
```

となる。

練習問題 4

n 本の水平線分と垂直線分に対して、交差する線分対の数を求めるアルゴリズムを書け。そのアルゴリズムの時間計算量も示せ。

- ・ 全垂直線分の X 軸要素を得る
- ・ 全水平線分に対し、以下の処理を実行する。
 - ・ 水平線分のデータを得る
 - ・ 水平線分の X 軸範囲と全垂直線分の X 軸を比較
 - ・ 引っかかった垂直成分に対し、以下の処理を実行する。
 - ・ 垂直成分のデータを得る
 - ・ 垂直成分の X 軸範囲と水平成分の Y 軸を比較
 - ・ 引っかかったら数える。

このアルゴリズムでは、初期化に垂直線分の数だけ、比較処理に垂直線分*水平線分、さらに水平線分の X 軸範囲と当たった垂直成分の数だけの計算量が必要となる。

よって、垂直成分の方が水平線分より少ない場合、垂直成分と水平成分のアルゴリズムを逆にした方が効率が良くなる。

練習問題 8

2つの多角形に対して、一方が他方を完全に含むかどうかを判定する方法を考えよ

2つの多角形 A、B に対して . . .

- 多角形 A をぎりぎり包む大きさの長方形 A' を定義する。
 - 多角形 A にぎりぎり収まる大きさの長方形 A'' を定義する。
 - 多角形 B をぎりぎり包む大きさの長方形 B' を定義する。
-
- もし、A' と B' が重ならなかったら → 2つの多角形は離れている
 - もし、B' が A' を全部包んでいたら → 多角形 B に多角形 A は含まれている
 - もし、A'' が B' を全部包んでいたら → 多角形 A に多角形 B は含まれている
- あとは各辺を見て、交差していなかったら多角形は含まれていると判断